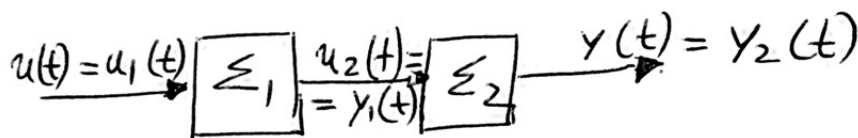


Να εξετασθεί και σχολιασθεί η ελεγχσιμότητα και παρατηρησιμότητα των συστημάτων:

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_1 = -\beta x_1 + (\alpha - \beta)u_1 \\ y_1 = x_1 + u_1 \end{cases}$$

$$\Sigma_2: \begin{cases} \dot{x}_2 = -\gamma x_2 + u_2 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

Να εξετασθεί και σχολιασθεί η ελεγχσιμότητα και παρατηρησιμότητα του συνολικού συστήματος (είσοδος $u(t)$, έξοδος $y(t)$) που προκύπτει από την «σε σειρά» διασύνδεσή τους:



ΛΥΣΗ:

Για το σύστημα Σ_1 :

Είναι πλήρως ελεγχσιμο όταν $\alpha \neq \beta$.
Είναι πλήρως παρατηρήσιμο.

Για το σύστημα Σ_2 :

Είναι πλήρως ελεγχσιμο γ παρατηρήσιμο.

Για το συνολικό σύστημα:

Οι εξισώσεις κατάστασης
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta & 0 \\ 1 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha - \beta \\ 1 \end{bmatrix} u_1$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Πίνακας ελεγχσιμότητας:

$$P = \begin{bmatrix} \alpha - \beta & 1 & -\beta(\alpha - \beta) \\ 1 & 1 & \alpha - \beta - \gamma \end{bmatrix} \quad \det(P) = (\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)$$

Για $\text{rank}(P) = 2$ και συνεπώς το σύστημα είναι πλήρως ελεγχσιμο όταν $\alpha \neq \beta$ ~~ή~~ $\alpha \neq \gamma$

Πίνακας παρατηρησιμότητας:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\gamma \end{bmatrix} \quad \leadsto \quad \det(Q) = 1 \neq 0.$$

Άρα το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο!
