Για το σύστημα SISO με συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s)=\frac{s^2-s-2}{s^3+2s^2-4s-8}=\frac{(s-2)(s+1)}{(s-2)(s+2)^2}=\frac{(s+1)}{(s+2)^2}$$

Να δειχθούν τα κάτωθι:

α) Είναι το σύστημα ευσταθές κατά BIBO

β) Να εκφρασθεί το ανωτέρω σύστημα σε controller canonical form (CCF). Είναι παρατηρήσιμο; Είναι ασυμπτωτικά ευσταθές;

ΛΥΣΗ: Η απόκριση του συστήματος σε κρουστική είσοδο είναι $h(t)=(1+t)e^{-2t}$

Το σύστημα είναι ευσταθές κατά BIBO διότι ικανοποιεί την συνθήκη:

$$\int_0^\infty |h(\tau)|d\tau < \int_0^\infty (1+\tau)e^{-2\tau}d\tau =$$

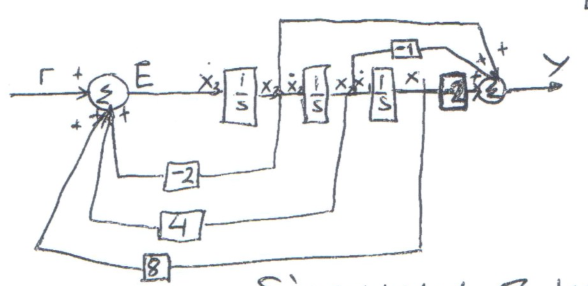
$$=\frac{3}{4}<\infty$$

Για να βρούμε την έκφραση CCF χρησιμοποιούμε το ακόλουθο πρόγραμμα:

$$H(s)=\frac{s^2-s-2}{s^3+2s^2-4s-8}\xrightarrow[\text{μεγαλύτερη δύναμη}]{\text{διαίρεση}}\frac{s^{-1}-s^{-2}-2s^{-3}}{1+2s^{-1}-4s^{-2}-8s^{-3}}$$

Άρα $\frac{Y}{\Gamma}=\frac{s^{-1}-s^{-2}-2s^{-3}}{1+2s^{-1}-4s^{-2}-8s^{-3}} \rightsquigarrow Y=E(s^{-1}-s^{-2}-2s^{-3})$

$E=-2s^{-1}E+4s^{-2}E+8s^{-3}E+\Gamma$



Από το ανωτέρω διάγραμμα σε μορφή μεταβλητών φάσης βρίσκουμε ότι $A_{CCF}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\8&4&-2\end{bmatrix}$ και $B_{CCF}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$

και $C_{CCF} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

Το επαυξημένο μητρώο παρατηρησιμότητας είναι:

$$P = \begin{bmatrix} C_{CCF} \\ C_{CCF} A_{CCF} \\ C_{CCF} A^2_{CCF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 8 & 2 & -3 \\ -24 & -4 & 8 \end{bmatrix}$$

Επειδή $\det(P) = 0$ το σύστημα δεν είναι παρατηρήσιμο

Επίσης, οι ιδιοτιμές του συστήματος στη CCF (control canonical form) είναι $-2, -2$ και 2.

Άρα το σύστημα δεν είναι ασυμπτωτικά ευσταθές.