



$$\frac{d\omega_J}{dt} = \frac{1}{J} T_J$$

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{L} V_L$$

$$V_R = R I_R$$

$$T_B = b \cdot \omega_J$$

$$V_G = k_m \cdot \omega_J$$

$$T_G = k_m \cdot I_G$$

$$T_J = T_G - T_B$$

$$V_L = V_s - V_R - V_G$$

$$\omega_b = \omega_J = \omega_G$$

$$I_R = I_L = I_G$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_L \\ \dot{\omega}_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_m}{L} \\ \frac{k_m}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ \omega_J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_s$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ \omega_J \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_L \\ \dot{\omega}_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2000 & -2000 \\ 100 & -12.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ \omega_J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \end{bmatrix} V_s$$

$$H(t) = C \cdot e^{A(t-t_0)} \cdot B + D$$

$$\frac{y(t)}{u(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D$$

Υπολογισμός e^{At} :

Ιδιοτιμές ως A : $\det(sI - A) = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow \lambda_1 = -1893,68$$

$$\lambda_2 = -118,816$$

Κατασκευή πίνακα Vandermonde

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda_1 \\ 1 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1893,68 \\ 1 & -118,816 \end{bmatrix}$$

Αντίστροφος Vandermonde.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1893,68 \\ 1 & -118,816 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -0,066994 & 1,06694 \\ -0,000563 & 0,000563 \end{bmatrix}$$

Αρα:

$$\begin{bmatrix} a_0(t) \\ a_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,066994 & 1,06694 \\ -0,000563 & 0,000563 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} \\ e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} a_0(t) \\ a_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,06694 \cdot e^{-118,816 t} & -0,066944 \cdot e^{-1893,68 t} \\ 0,000563 \cdot e^{-118,816 t} & -0,000563 \cdot e^{-1893,68 t} \end{bmatrix}$$

$$e^{At} = a_0(t)I + a_1(t)A$$

$$e^{At} = \begin{bmatrix} 1,0599 \cdot e^{-1893,68t} & -0,059901 \cdot e^{-118,816t} & 1,12684 \cdot e^{-1893,68t} & -1,12684 \cdot e^{-118,816t} \\ 0,056342 \cdot e^{-118,816t} & -0,056342 \cdot e^{-1893,68t} & 1,0599 \cdot e^{-118,816t} & -0,059901 \cdot e^{-1893,68t} \end{bmatrix}$$

Σημεία $H(t) = -56,342 \left(e^{-1893,68 \cdot t} - e^{-118,816 \cdot t} \right)$

$$H(t) = \frac{y(t)}{u(t)} \rightarrow y(t) = H(t) \cdot u(t) \quad \left| \quad u(t) = 180V \cdot 1t \text{ αθροισμα} \right.$$

Αρα η απόκριση της γραμμής ταχύτητας ω_J για συνθήκη είσοδο $v(t) = 180V$ είναι:

$$y(t) = \omega_J(t) = -10141,6 \left[e^{-1893,68t} - e^{-118,816t} \right]$$

Στην μόνιμη κατάσταση $\omega_{J,ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_J(t) = 0$. $\left(\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-at} = 0 \text{ για } a > 0 \right)$

